

Véletlen kísérlet, véletlen esemény (Náhodný pokus, náhodný jav)

A természetben és az életben bizonyos eseményeket törvények irányítanak. A legtöbb ilyen törvénnyel a fizika keretein belül találkozhattunk. Ezen állításokat azért nevezhetjük törvényeknek, mert bizonyos feltételek (körülmények) betartása mellett a végeredmény mindig ugyanaz.

pl.: Newton I. törvénye (a tehetetlenség törvénye): Inerciarendszerben minden test megtartja nyugalmi állapotát vagy egyenes vonalú egyenletes mozgását mindaddig, míg egy kölcsönhatás a mozgásállapotának megváltoztatására nem kényszeríti.

A matematika ezen része nem foglalkozik ilyen vagy más törvényekkel (bár elméletileg a törvények sem „százszázalékosak”), hanem pontosan olyan eseményekkel, ahol a kimenetel előre nem meghatározott. Ezeket a kísérleteket nevezzük véletleneknek.

D. A véletlen kísérlet (náhodný pokus) olyan tevékenység, aminek a kimenetele nem biztos, függ a véletlentől – vagyis legalább kétféleképp végződhet.

pl.: kockadobás; érmedobás; kártyalap kihúzása; egy színes golyó kihúzása egy urnából; célba-lövés; ...

A valószínűségszámítás egy „tisztá” idealizált elmélet. Vélhetően mindenki ismeri a választ a következő egyszerű kérdésre: „Mi annak a valószínűsége, hogy egy szabályos dobókockán hatos esik?”. Egy a hathoz a válasz – vagy másképpen egyhatod. Ez azért idealizált, mert ha a világ ezen elmélet szerint működne, akkor valódi kísérletek végrehajtásánál szintén ezt az eredményt kapnánk (például: 60 gurítás után minden oldal azonos darabszámmal esne – pontosan tízszer). Ezek a kísérletek viszont a matematika egy másik ágához tartoznak: a statisztikába. Ha valaki végrehajt 60 kockadobási kísérletet, az egyes számok (valószínűleg) nem lesznek azonosak. Sőt, a tízszeres előfordulás akár hiányozhat is.

D. A véletlen esemény (náhodný jav) egy, a véletlen kísérlet kimenetelére tett állítás.

A véletlen eseményeket nagy nyomtatott betűkkel jelöljük az abc elejéről. A jelölésrendszer és a fogalmak zömében megegyeznek a halmazelméletben használtakkal.

pl.: A – A dobókockán páros szám esik.
B – Az érmén fej esik.
C – A kihúzott lap (magyar kártya) alsó lesz.
D – A kihúzott golyó piros lesz.
E – A lövész legalább 8-ast lő.

elemi esemény (elementárny jav) – nem lehet tovább osztani eseményekre ($\omega_1; \omega_2; \omega_3; \dots$) – pl.: a B esemény

összetett esemény (zložený jav) – osztható további eseményekre (nem feltétlenül elemiekre) – pl. az A, C, E események

C_1 – alsó: piros, zöld

C_2 – alsó: makk, tők

Két különleges eseményt ismerünk:

lehetetlen esemény (nemožný jav) – a véletlen kísérlet olyan eredménye, mely soha nem következhet be

jele: \emptyset (lásd üres halmaz)

pl.: A kockán nulla esik.

biztos esemény (istý jav) – a véletlen kísérlet olyan eredménye, mely mindig bekövetkezik

jele: **I** vagy Ω (alaphalmaz – minden véletlen eseményt tartalmazó halmaz)

pl.: A kockán természetes szám esik.

Egy véletlen kísérlet összes elemi eseményét, mint a lehetséges kimeneteket tartalmazó halmazt jelöljük Ω -val (eseménytér). Ez egy véges halmaz, melyben az egyes elemi események valószínűsége általában egyenlő.

$\Omega = \{\omega_1; \omega_2; \omega_3; \dots; \omega_n\}$

$\Omega_A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

$\Omega_B = \{\text{fej}; \text{írás}\}$

Hasonlóan, mint a halmazoknál, az eseményekkel is végezhetünk bizonyos műveleteket – így új eseményeket hozunk létre, vagy az események közötti összefüggés fejezünk ki.

Eseményalgebra – műveletek eseményekkel

1. **véletlen események egyenlősége** (rovnost' náhodných javov) – ugyanazon elemi eseményekből áll

A – A dobókockán páros szám esik.

F – A dobókockán 2, 4 vagy 6 esik.

$$A = F$$

2. **véletlen események metszete** (prieniik náhodných javov) – egyszerre bekövetkezik mindkét esemény

G – A dobókockán prímszám esik.

$$A \cap G \text{ – A dobókockán 2 esik.}$$

D. Egymást kizáró/diszjunkt események (nezlučiteľné/disjunktné) soha nem következnek be egyszerre (metszetük a lehetetlen esemény).

H – A dobókockán 1 esik.

$$A \cap H = \emptyset$$

3. **véletlen események uniója** (zjednotenie náhodných javov) – mikor legalább az egyik esemény bekövetkezik

J – A dobókockán 3-nál nagyobb szám esik.

$$A \cup J \text{ – A dobókockán 2, 4, 5 vagy 6 esik.}$$

4. **„részesemény“** (az A esemény következménye a B esemény) – ha bekövetkezik az A esemény, akkor a B is bekövetkezik

K – A dobókockán 4 esik.

$$K \subset A$$

3. **ellentett/komplementer esemény** (opačný/doplňkový jav k javu ...) – az esemény és ellentett eseménye egyszerre nem következnek be (metszetük a lehetetlen esemény), uniójuk pedig a biztos esemény

\bar{A} – A dobókockán páratlan szám esik.

$$A \cap \bar{A} = \emptyset \wedge A \cup \bar{A} = \Omega$$

T. $\forall A \in \Omega$

$$A \cap \emptyset = \emptyset$$

$$A \cup \emptyset = A$$

$$A \cap \Omega = A$$

$$A \cup \Omega = \Omega$$

T. (De Morgan)

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$$

$$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$$