

*Wymagania edukacyjne z matematyki*

# *Klasa 4*

**4Bp, 4Cp, 4Dp – poziom rozszerzony**

- Wymagania **konieczne (K)** dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących swego rodzaju podstawę, zatem powinny być opanowane przez każdego ucznia.
- Wymagania **podstawowe (P)** zawierają wymagania z poziomu (K) wzbogacone o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności.
- Wymagania **rozszerzające (R)**, zawierające wymagania z poziomów (K) i (P), dotyczą zagadnień bardziej złożonych i nieco trudniejszych.
- Wymagania **dopełniające (D)**, zawierające wymagania z poziomów (K), (P) i (R), dotyczą zagadnień problemowych, trudniejszych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych informacji.
- Wymagania **wykraczające (W)** dotyczą zagadnień trudnych, oryginalnych.

Poniżej przedstawiony został podział wymagań na poszczególne oceny szkolne:

ocena dopuszczająca	–	wymagania na poziomie (K)
ocena dostateczna	–	wymagania na poziomie (K) i (P)
ocena dobra	–	wymagania na poziomie (K), (P) i (R)
ocena bardzo dobra	–	wymagania na poziomie (K), (P), (R) i (D)
ocena celująca	–	wymagania na poziomie (K), (P), (R), (D) i (W)

**Klasa 4 – poziom rozszerzony**  
**1. RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA**

**Poziom (K)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• wypisuje wszystkie możliwe wyniki danego doświadczenia
• stosuje regułę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – w typowych sytuacjach
• przedstawia drzewo ilustrujące wyniki danego doświadczenia – w prostych sytuacjach
• wypisuje wszystkie możliwe permutacje danego zbioru
• wykonuje obliczenia, stosując definicję silni
• oblicza liczbę permutacji danego zbioru – w prostych sytuacjach
• oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń – w prostych sytuacjach
• oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami – w prostych sytuacjach
• oblicza wartość symbolu Newtona
• oblicza liczbę kombinacji – w prostych sytuacjach
• stosuje regułę dodawania do obliczania liczby wyników spełniających dany warunek – w prostych sytuacjach
• wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań o niewielkim stopniu trudności
• określa przestrzeń (zbiór) zdarzeń elementarnych dla danego doświadczenia
• wypisuje wyniki sprzyjające danemu zdarzeniu losowemu
• określa zdarzenia: przeciwne, niemożliwe, pewne i wykluczające się
• wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń losowych – w prostych sytuacjach
• stosuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych – w typowych sytuacjach
• podaje rozkład prawdopodobieństwa dla rzutu kostką
• oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego
• oblicza prawdopodobieństwo warunkowe – w prostych sytuacjach
• sprawdza, czy są spełnione założenia twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym – w prostych sytuacjach
• oblicza prawdopodobieństwo całkowite – w prostych sytuacjach
• ilustruje doświadczenie wieloetapowe za pomocą drzewa
• oblicza prawdopodobieństwo sukcesu i porażki w pojedynczej próbie Bernoulliego
• stosuje wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa otrzymania $k$ sukcesów w $n$ próbach – w prostych przypadkach
• podaje rozkład zmiennej losowej i przedstawia go za pomocą tabeli – w prostych przypadkach

**Poziom (P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

• stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń – w prostych sytuacjach
• oblicza wartość oczekiwaną zmiennej losowej – w prostych przypadkach
• rozstrzyga, czy gra jest sprawiedliwa

**Poziom (R)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania do obliczania liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – w złożonych sytuacjach
• oblicza liczbę permutacji danego zbioru – w złożonych sytuacjach
• oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń – w złożonych sytuacjach
• oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami – w złożonych sytuacjach
• oblicza liczbę kombinacji – w złożonych sytuacjach
• stosuje własności trójkąta Pascala
• wykorzystuje wzór dwumianowy Newtona do rozwinięcia wyrażeń postaci $(a + b)^n$ i wyznaczenia współczynników wielomianów
• uzasadnia zależności, w których występuje symbol Newtona
• stosuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych – w złożonych sytuacjach
• stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń – w złożonych sytuacjach
• stosuje własności prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń
• stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń
• oblicza prawdopodobieństwo warunkowe – w złożonych sytuacjach
• oblicza prawdopodobieństwo całkowite – w złożonych sytuacjach
• ilustruje doświadczenia wieloetapowe za pomocą drzewa i na tej podstawie oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń
• stosuje wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa otrzymania $k$ sukcesów w $n$ próbach – w złożonych sytuacjach
• stosuje wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa otrzymania co najmniej $k$ sukcesów w $n$ próbach
• podaje rozkład zmiennej losowej – w złożonych sytuacjach

## Klasa 4 – poziom rozszerzony

### Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

• stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństwa zdarzenia
• oblicza wartość oczekiwaną zmiennej losowej – w trudnych przypadkach
• rozstrzyga, czy gra jest sprawiedliwa – w złożonych sytuacjach

### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące własności prawdopodobieństwa
• udowadnia wzór Bayesa
• stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń

## 2. GRANIASTOSŁUPY I OSTROSŁUPY

### Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• wskazuje w wielościanie proste prostopadłe, równoległe i skośne
• wskazuje w wielościanie rzut prostokątny danego odcinka na daną płaszczyznę
• określa liczbę ścian, wierzchołków i krawędzi wielościanu; sprawdza, czy istnieje graniastosłup o danej liczbie krawędzi
• wskazuje elementy charakterystyczne wielościanu (np. wierzchołek ostrosłupa)
• oblicza pole powierzchni bocznej i całkowitej graniastosłupa i ostrosłupa
• rysuje siatkę wielościanu na podstawie jej fragmentu
• oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego – w prostych przypadkach
• oblicza objętość graniastosłupa prostego i ostrosłupa prawidłowego
• stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości wielościanu – w typowych sytuacjach
• na rysunku prostopadłościanu (sześciianu) i ostrosłupa prawidłowego zaznacza ich przekroje – w prostych sytuacjach
• oblicza pole danego przekroju graniastosłupa lub ostrosłupa prawidłowego – w prostych sytuacjach

### Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

• wskazuje kąt między przekątną graniastosłupa a płaszczyzną jego podstawy
• wskazuje kąty między odcinkami w ostrosłupie a płaszczyzną jego podstawy – w prostych przypadkach
• wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami wielościanu – w prostych przypadkach
• rozwiązuje typowe zadania dotyczące kąta między prostą a płaszczyzną
• stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do uzasadniania prostopadłości prostych w prostopadłościanach

### Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• przeprowadza wnioski dotyczące położenia prostych w przestrzeni
• przeprowadza dowód twierdzenia o prostej prostopadłej
• stosuje i przekształca wzory na pola powierzchni i objętości wielościanów
• stosuje funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii do obliczenia pola powierzchni i objętości wielościanu – w złożonych sytuacjach
• oblicza miarę kąta dwuściennego między ścianami wielościanu oraz między ścianą wielościanu a jego przekrojem (również z wykorzystaniem trygonometrii)
• rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta między prostą a płaszczyzną (również z wykorzystaniem trygonometrii)
• oblicza pola przekrojów prostopadłościanu i ostrosłupa prawidłowego (również z wykorzystaniem trygonometrii)
• stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do uzasadniania prostopadłości prostych
• przeprowadza dowód twierdzenia o trzech prostych prostopadłych

### Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

• stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do rozwiązywania zadań
• oblicza pola przekrojów prostopadłościanu lub ostrosłupa prawidłowego (również z wykorzystaniem trygonometrii) – w złożonych sytuacjach

### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące graniastosłupów i ostrosłupów oraz ich przekrojów (również z wykorzystaniem trygonometrii)
• przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących związków miarowych w wielościanach

## Klasa 4 – poziom rozszerzony

### 3. BRYŁY OBROTOWE

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"><li>wskazuje elementy charakterystyczne bryły obrotowej (np. kąt rozwarcia stożka)</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>zaznacza przekrój osiowy walca i stożka oraz przekroje kuli</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>oblicza pole powierzchni i objętość bryły obrotowej – w prostych sytuacjach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej walca i stożka – w prostych sytuacjach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych – w prostych przypadkach</li></ul>

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"><li>stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości bryły obrotowej – w prostych sytuacjach</li></ul>
---

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"><li>rysuje odpowiednie przekroje i oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w kulę i opisanych na kuli</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rysuje odpowiednie przekroje i oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w walec i opisanych na walcu</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rysuje odpowiednie przekroje i oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w stożek i opisanych na stożku</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rysuje odpowiednie przekroje i rozwiązuje zadania dotyczące brył obrotowych i wielościanów wpisanych w inne wielościany</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wykorzystuje podobieństwo brył i skalę podobieństwa podczas rozwiązywania zadań</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>opisuje funkcją jednej zmiennej pole powierzchni lub objętość bryły i określa jej dziedzinę oraz wyznacza jej największą albo najmniejszą wartość (zadania optymalizacyjne)</li></ul>

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"><li>stosuje funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii do obliczenia pola powierzchni i objętości bryły obrotowej – w złożonych sytuacjach</li></ul>
--

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące brył obrotowych (również z wykorzystaniem trygonometrii)</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących związków miarowych w bryłach obrotowych</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wyprowadza wzory na objętość i pole powierzchni bocznej stożka ściętego</li></ul>

### 4. PRZYKŁADY DOWODÓW W MATEMATYCE

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"><li>przeprowadza proste dowody dotyczące własności liczb całkowitych</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>przeprowadza proste dowody, stosując metodę równoważnego przekształcania tezy</li></ul>

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"><li>przeprowadza proste dowody dotyczące własności figur płaskich</li></ul>
---

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"><li>przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące własności liczb całkowitych</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące nierówności, wykorzystując zależność między średnią arytmetyczną a średnią geometryczną</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>stosuje metodę równoważnego przekształcania tezy – w trudnych sytuacjach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>przeprowadza trudne dowody dotyczące własności figur płaskich</li></ul>

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"><li>przeprowadza dowody nie wprost – w trudnych sytuacjach</li></ul>
--

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"><li>przeprowadza dowód nie wprost (np. dotyczący liczb pierwszych)</li></ul>
--

**Klasa 4 – poziom rozszerzony**  
**5. POWTÓRZENIE**

**I. Liczby, zbiory i wartość bezwzględna.**

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"><li>• podaje przykłady liczb: naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych oraz przyporządkowuje liczbę do odpowiedniego zbioru liczb</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• rozkłada liczby naturalne na czynniki pierwsze (proste przypadki)</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• rozróżnia liczby pierwsze i liczby złożone</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• stosuje cechy podzielności liczb</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• podaje dzielniki danej liczby naturalnej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• porównuje liczby wymierne</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• podaje przykład liczby wymiernej zawartej między dwiema danymi liczbami oraz przykłady liczb niewymiernych</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• zaznacza na osi liczbowej daną liczbę wymierną, odczytuje z osi liczbowej współrzędne danego punktu</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• przedstawia liczby wymierne w różnych postaciach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wyznacza przybliżenia dziesiętne danej liczby rzeczywistej z zadaną dokładnością (również przy użyciu kalkulatora) oraz oblicza błąd przybliżenia</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wykonuje proste działania w zbiorach liczb: całkowitych, wymiernych i rzeczywistych</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• oblicza wartość pierwiastka dowolnego stopnia z liczby nieujemnej oraz wartość pierwiastka nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wyłącza czynnik przed znak pierwiastka kwadratowego</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wykonuje działania na pierwiastkach tego samego stopnia, stosując odpowiednie twierdzenia</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu <math>\frac{1}{\sqrt{a}}</math></li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• zapisuje i odczytuje liczbę w notacji wykładniczej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach (proste przypadki)</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• interpretuje pojęcia procentu i punktu procentowego</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• oblicza procent danej liczby</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• oblicza, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wyznacza liczbę, gdy dany jest jej procent</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• posługuje się procentami w rozwiązywaniu prostych zadań praktycznych</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• posługuje się pojęciami: zbiór, podzbiór, zbiór skończony, zbiór nieskończony</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• opisuje symbolicznie dane zbiory</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wymienia elementy danego zbioru oraz elementy do niego nienależące</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• posługuje się pojęciem iloczynu, sumy oraz różnicy zbiorów</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• zaznacza na osi liczbowej przedziały liczbowe</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wyznacza przedział opisany podanymi nierównościami</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wyznacza iloczyn, sumę i różnicę przedziałów liczbowych oraz zaznacza je na osi liczbowej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• rozwiązuje proste nierówności liniowe, sprawdza, czy dana liczba spełnia daną nierówność</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• zaznacza na osi liczbowej zbiór rozwiązań nierówności liniowej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• zapisuje zbiory w postaci przedziałów liczbowych, np. <math>A = \{x \in \mathbb{R}: x \geq -4 \wedge x &lt; 1\} = [-4; 1)</math></li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wyłącza wskazany jednomian przed nawias w sumie algebraicznej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• mnoży sumy algebraiczne przez siebie oraz redukuje wyrazy podobne w otrzymanej sumie</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• stosuje wzory skróconego mnożenia do przekształcania wyrażeń algebraicznych w prostych przypadkach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• oblicza wartość bezwzględną liczby rzeczywistej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania elementarnych równań i nierówności typu <math> x  = a,  x  &lt; a</math></li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania równań i nierówności typu <math> x - 3  = 3,  x + 4  \leq 1</math></li></ul>

## Klasa 4 – poziom rozszerzony

### Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

• znajduje największy wspólny dzielnik i najmniejszą wspólną wielokrotność liczb
• wyznacza rozwinięcie dziesiętne ułamków zwykłych, zamienia ułamki dziesiętne o skończonym rozwinięciu dziesiętnym na ułamki zwykłe
• przekształca i oblicza wartości wyrażeń zawierających pierwiastki kwadratowe (proste przypadki)
• szacuje wartości liczb niewymiernych
• porównuje liczby przedstawione w postaci potęg (proste przypadki)
• wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu (proste przypadki)
• zapisuje związki między wielkościami za pomocą wyrażeń algebraicznych w prostych przypadkach
• stosuje przekształcenia wyrażeń algebraicznych do rozwiązywania prostych równań i nierówności

### Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• stosuje ogólny zapis liczb naturalnych: parzystych, nieparzystych, podzielnych przez 3 itp.
• przedstawia liczbę naturalną w postaci iloczynu liczb pierwszych (trudniejsze przypadki)
• wykorzystuje dzielenie z resztą do przedstawienia liczby naturalnej w postaci $a \cdot k + r$
• konstruuje odcinki o długościach niewymiernych
• wykonuje działania łączne na liczbach rzeczywistych (trudniejsze przypadki)
• zamienia ułamek dziesiętny okresowy na ułamek zwykły
• porównuje pierwiastki bez użycia kalkulatora(D)
• wyznacza wartości wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki, stosując prawa działań na pierwiastkach
• wyłącza czynnik przed znak pierwiastka dowolnego stopnia, włącza czynnik pod znak pierwiastka dowolnego stopnia
• usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu $\sqrt[3]{a}$
• stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadnienia równości wyrażeń
• oblicza, o ile procent jedna liczba jest większa (mniejsza) od drugiej
• rozwiązuje złożone zadania tekstowe, wykorzystując obliczenia procentowe
• wyznacza iloczyn, sumę i różnicę danych zbiorów oraz dopełnienie zbioru
• zaznacza na osi liczbowej zbiory liczb spełniających układ nierówności liniowych z jedną niewiadomą
• zapisuje związki między wielkościami za pomocą wyrażeń algebraicznych
• stosuje wzory skróconego mnożenia do przekształcania wyrażeń algebraicznych
• stosuje wzory skróconego mnożenia do wykonywania działań na liczbach $a + b\sqrt{c}$
• usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu $\frac{a}{b \pm c\sqrt{d}}$
• stosuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym
• upraszcza wyrażenia algebraiczne, korzystając z własności wartości bezwzględnej
• wyznacza przedziały liczbowe określone za pomocą wartości bezwzględnej
• wyprowadza wzory skróconego mnożenia

### Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

• upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach (trudniejsze przypadki)
• porównuje liczby przedstawione w postaci potęg (trudniejsze przypadki)
• wykonuje złożone działania na przedziałach liczbowych
• przeprowadza dowody, stosując działania na wyrażeniach algebraicznych
• stosuje przekształcenia algebraiczne do rozwiązywania równań i nierówności (trudniejsze przypadki)
• wykorzystuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności z wartością bezwzględną typu $ 2x - 3  = 5,  3x + 1  > 7, \sqrt{x^2 + 4x + 4} \leq 2$
• zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów, których współrzędne spełniają warunki zapisane za pomocą wartości bezwzględnej

### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących podzielności liczb
• udowadnia prawa działań na potęgach o wykładnikach naturalnych (całkowitych)
• dowodzi niewymierności niektórych liczb, np. $\sqrt{2}, \sqrt{3}$
• dowodzi, że suma (iloczyn) liczby wymiernej i niewymiernej jest liczbą niewymierną
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące liczb rzeczywistych
• formułuje i sprawdza hipotezy dotyczące praw działań na zbiorach
• dowodzi podzielności liczb w trudniejszych przypadkach

## Klasa 4 – poziom rozszerzony

<ul style="list-style-type: none"><li>• stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące zbiorów i własności wartości bezwzględnej</li></ul>

### II. Funkcje.

#### Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"><li>• rozpoznaje przyporządkowania będące funkcjami</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• określa funkcję różnymi sposobami (grafem, wzorem, tabelą, wykresem, opisem słownym)</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• poprawnie stosuje pojęcia związane z pojęciem funkcji: dziedzina, zbiór wartości, argument, miejsce zerowe, wartość i wykres funkcji</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• odczytuje z wykresu dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, najmniejszą i największą wartość funkcji (w przypadku nieskomplikowanego wykresu)</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• odczytuje z wykresu wartość funkcji dla danego argumentu oraz argument dla danej wartości funkcji</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• na podstawie nieskomplikowanego wykresu funkcji określa argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• określa na podstawie wykresu przedziały monotoniczności funkcji</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wskazuje wykresy funkcji rosnących, malejących i stałych wśród różnych wykresów</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wyznacza dziedzinę funkcji określonej tabelą lub opisem słownym</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• odczytuje argument odpowiadający podanej wartości funkcji (w prostych przypadkach)</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• sprawdza algebraicznie położenie punktu o danych współrzędnych względem wykresu funkcji danej wzorem</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• rysuje w prostych przypadkach wykres funkcji danej wzorem</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• posługuje się pojęciem wektora i wektora przeciwnego</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• oblicza współrzędne wektora</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• sporządza wykresy funkcji: <math>y = f(x - p)</math>, <math>y = f(x) + q</math>, <math>y = f(x - p) + q</math>, <math>y = -f(x)</math>, <math>y = f(-x)</math> na podstawie danego wykresu funkcji <math>y = f(x)</math></li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wyznacza współczynnik proporcjonalności</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• podaje wzór proporcjonalności odwrotnej, jeśli zna współrzędne punktu należącego do wykresu</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• szkicuje wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x}</math> dla danego <math>a &gt; 0</math> i <math>x &gt; 0</math></li></ul>

#### Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"><li>• oblicza wartość funkcji dla różnych argumentów na podstawie wzoru funkcji</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji danej wzorem z osiami układu współrzędnych (w prostych przypadkach)</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• sporządza wykres funkcji: <math>y =  f(x) </math>, jeśli ma dany wykres funkcji <math>y = f(x)</math> (proste przypadki)</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• stosuje funkcje i ich własności w prostych sytuacjach praktycznych</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• stosuje zależność między wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi do rozwiązywania prostych zadań</li></ul>

#### Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"><li>• rozpoznaje i opisuje zależności funkcyjne w sytuacjach praktycznych</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• przedstawia daną funkcję na różne sposoby w trudniejszych przykładach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• na podstawie wykresu funkcji określa liczbę rozwiązań równania <math>f(x) = m</math> dla ustalonej wartości <math>m</math></li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• na podstawie wykresu funkcji odczytuje zbiory rozwiązań nierówności: <math>f(x) &gt; m</math>, <math>f(x) &lt; m</math>, <math>f(x) \geq m</math>, <math>f(x) \leq m</math> dla ustalonej wartości <math>m</math></li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• odczytuje z wykresów funkcji rozwiązania równań i nierówności typu: <math>f(x) = g(x)</math>, <math>f(x) &lt; g(x)</math>, <math>f(x) &gt; g(x)</math></li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wyznacza współrzędne początku lub końca wektora, jeśli ma dane współrzędne wektora i jednego z punktów</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• znajduje obraz figury w przesunięciu o dany wektor</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• zapisuje wzór funkcji, której wykres otrzymano w wyniku przesunięcia o dany wektor</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• szkicuje wykres funkcji będący efektem wykonania kilku operacji, jeśli ma dany wykres funkcji <math>y = f(x)</math></li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• sporządza wykres funkcji: <math>y = f( x )</math>, jeśli ma dany wykres funkcji <math>y = f(x)</math></li></ul>

#### Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"><li>• szkicuje wykres funkcji spełniającej podane warunki oraz określonej różnymi wzorami w różnych przedziałach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• stosuje funkcje i ich własności w sytuacjach praktycznych, w tym proporcjonalność odwrotną, do rozwiązywania zadań dotyczących drogi, prędkości i czasu</li></ul>

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"><li>• na podstawie definicji bada monotoniczność funkcji danej wzorem</li></ul>
---

### Klasa 4 – poziom rozszerzony

<ul style="list-style-type: none"><li>• udowadnia, że funkcja np. <math>f(x) = \frac{1}{x}</math> nie jest monotoniczna w swojej dziedzinie</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji</li></ul>

### III. Funkcja liniowa i układy równań liniowych.

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"><li>• rozpoznaje funkcję liniową na podstawie wzoru lub wykresu</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• rysuje wykres funkcji liniowej danej wzorem</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• oblicza wartość funkcji liniowej dla danego argumentu</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wyznacza miejsce zerowe funkcji liniowej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• oblicza współczynnik kierunkowy prostej, jeśli ma dane współrzędne dwóch punktów należących do tej prostej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• interpretuje współczynniki ze wzoru funkcji liniowej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wyznacza algebraicznie oraz odczytuje z wykresu funkcji liniowej zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• odczytuje z wykresu funkcji liniowej jej własności: dziedzinę, zbiór wartości, miejsce zerowe, monotoniczność</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dane dwa punkty</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji liniowej z osiami układu współrzędnych</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• sprawdza algebraicznie i graficznie, czy dany punkt należy do wykresu funkcji liniowej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• przekształca równanie ogólne prostej do postaci kierunkowej i odwrotnie</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• sprawdza, czy dane trzy punkty są współliniowe</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• stosuje warunek równoległości i prostokątności prostych</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest prostokątny do wykresu danej funkcji liniowej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• podaje przykładowe rozwiązania równania liniowego z dwiema niewiadomymi</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• sprawdza, czy podana para liczb spełnia dany układ równań</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• do danego równania dopisuje drugie równanie tak, aby rozwiązaniem była dana para liczb</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wyznacza wskazaną zmienną z danego równania liniowego</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• rozwiązuje układy równań metodą podstawiania (proste przypadki)</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• rozwiązuje układy równań metodą przeciwnych współczynników w prostych przypadkach</li></ul>

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"><li>• rozpoznaje wielkości wprost i odwrotnie proporcjonalne</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• rozwiązuje układ równań metodą algebraiczną i metodą graficzną</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• określa liczbę rozwiązań układu równań liniowych, korzystając z jego interpretacji geometrycznej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• określa, ile rozwiązań ma dany układ równań w prostych przypadkach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• stosuje układy równań liniowych do rozwiązywania prostych zadań tekstowych</li></ul>

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"><li>• sprawdza, dla jakich wartości parametru funkcja liniowa jest rosnąca, malejąca, stała</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• oblicza pole figury ograniczonej wykresami funkcji liniowych oraz osiami układu współrzędnych</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• sprawdza, dla jakich wartości parametru dwie proste są równoległe, prostokątne</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• znajduje współrzędne wierzchołków wielokąta, gdy dane są równania prostych zawierających jego boki</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• stosuje własności funkcji liniowej do rozwiązywania zadań tekstowych osadzonych w kontekście praktycznym</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• analizuje własności funkcji liniowej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• zapisuje w postaci układu równań podane informacje tekstowe</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• dobiera współczynniki liczbowe w układzie równań tak, aby dana para liczb była jego rozwiązaniem</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• określa, ile rozwiązań ma dany układ równań</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• dopisuje drugie równanie tak, aby układ był sprzeczny, oznaczony, nieoznaczony</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• zapisuje rozwiązanie układu nieoznaczonego</li></ul>

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"><li>• rozwiązuje równania i nierówności liniowe z parametrem</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• rozwiązuje układy równań w trudniejszych przypadkach, stosując przekształcenia algebraiczne i wzory skróconego mnożenia</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• stosuje układy równań do rozwiązywania zadań tekstowych, w tym zadań dotyczących prędkości oraz wielkości podanych za pomocą procentów: stężeń roztworów i lokat bankowych</li></ul>



## Klasa 4 – poziom rozszerzony

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• określa własności funkcji liniowej w zależności od wartości parametrów występujących w jej wzorze
• wykorzystuje własności funkcji liniowej w zadaniach dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych
• rozwiązuje układ równań z parametrem
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji liniowej
• wyprowadza równanie prostej o danym współczynniku kierunkowym przechodzącej przez dany punkt
• udowadnia warunek prostokątności prostych o danych równaniach kierunkowych
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące układów równań, np. układy równań z trzema niewiadomymi, układy równań z parametrem
• stosuje układy równań w trudniejszych zadaniach tekstowych

## IV. Funkcja kwadratowa.

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• szkicuje wykres funkcji $f(x) = ax^2$ i podaje jej własności
• sprawdza algebraicznie, czy dany punkt należy do wykresu danej funkcji kwadratowej
• szkicuje wykres funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej i podaje jej własności
• ustala wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej na podstawie informacji o przesunięciach wykresu funkcji $f(x) = ax^2$
• przekształca wzór funkcji kwadratowej z postaci kanonicznej do postaci ogólnej i odwrotnie
• oblicza wyróżnik trójmianu kwadratowego
• oblicza współrzędne wierzchołka paraboli, podaje równanie jej osi symetrii
• rozwiązuje równania kwadratowe niepełne metodą rozkładu na czynniki oraz stosując wzory skróconego mnożenia
• określa liczbę pierwiastków równania kwadratowego w zależności od znaku wyróżnika
• rozwiązuje równania kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki
• wyznacza algebraicznie współrzędne punktów przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych
• przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej, o ile taka postać istnieje
• odczytuje miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej
• rozwiązuje nierówności kwadratowe
• rozwiązuje równania kwadratowe, stosując poznane metody i wzory
• wyznacza argument, dla którego funkcja kwadratowa przyjmuje daną wartość
• przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej i podaje jego pierwiastki
• rozwiązuje nierówności kwadratowe
• zaznacza na osi liczbowej iloczyn i różnicę zbiorów rozwiązań dwóch nierówności kwadratowych
• rozwiązuje równania dwukwadratowe
• rozwiązuje algebraicznie układ równań, z których jedno jest równaniem paraboli, a drugie równaniem prostej, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania
• stosuje wzory Viète'a do wyznaczania sumy i iloczynu pierwiastków równania kwadratowego oraz do określania znaków pierwiastków trójmianu kwadratowego
• stosuje pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji, wyznacza w prostych przypadkach najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

• znajduje brakujące współczynniki funkcji kwadratowej, jeśli zna współrzędne punktów należących do jej wykresu
• rysuje wykres funkcji $y =  f(x) $ , gdy dany jest wykres funkcji kwadratowej $y = f(x)$
• rozwiązuje algebraicznie układy równań, z których obydwa równania są równaniami parabol, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania
• przeprowadza analizę zadania tekstowego i znajduje w prostych przypadkach rozwiązanie, które spełnia ułożone przez niego warunki

## Klasa 4 – poziom rozszerzony

### Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• szkicuje wykres funkcji kwadratowej i podaje jej własności
• znajduje współczynniki funkcji kwadratowej, jeśli zna współrzędne punktów należących do jej wykresu
• znajduje współczynniki funkcji kwadratowej na podstawie informacji o jej własnościach, np. zbiorze wartości, maksymalnych przedziałach monotoniczności
• znajduje iloczyn, sumę, różnicę zbiorów rozwiązań nierówności kwadratowych
• szkicuje wykres funkcji, który jest efektem wykonania dwóch przekształceń wykresu funkcji kwadratowej
• rozwiązuje w trudniejsze równania kwadratowe
• stosuje nierówności kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji, w której wzorze występują pierwiastki kwadratowe
• rozwiązuje układy równań, z których co najmniej jedno jest równaniem paraboli, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania w trudniejszych przypadkach
• zaznacza w układzie współrzędnych obszar opisany układem nierówności
• układa równanie kwadratowe, którego pierwiastki spełniają określone warunki
• rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe z parametrem spełniające podane warunki
• wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym, korzystając z własności funkcji kwadratowej
• stosuje własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych

### Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

• rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną
• rozwiązuje zadania tekstowe w trudniejszych przypadkach
• wyprowadza wzory Viète'a

### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• przekształca na ogólnych danych wzór funkcji kwadratowej z postaci ogólnej do postaci kanonicznej
• wyprowadza wzory na współrzędne wierzchołka paraboli
• wyprowadza wzory na pierwiastki równania kwadratowego
• szkicuje wykres funkcji, który jest efektem wykonania więcej niż dwóch przekształceń wykresu funkcji kwadratowej
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej, w tym zadania z parametrem

## V. Wielomiany.

### Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• podaje przykład wielomianu, określa jego stopień i podaje wartości jego współczynników
• zapisuje wielomian w sposób uporządkowany
• oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu; sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu
• wyznacza sumę, różnicę, iloczyn wielomianów i określa ich stopień
• szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego
• określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia
• podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów, bez wykonywania mnożenia wielomianów
• stosuje wzory na sześcian sumy lub różnicy oraz wzory na sumę i różnicę sześcianów
• rozkłada wielomian na czynniki, stosując metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika poza nawias
• rozwiązuje proste równania wielomianowe
• wyznacza punkty przecięcia wykresu wielomianu i prostej w prostych przypadkach
• dzieli wielomian przez dwumian $x - a$
• sprawdza poprawność wykonanego dzielenia
• zapisuje wielomian w postaci $w(x) = p(x)q(x) + r$
• wyznacza wartość parametru tak, aby dane wielomiany były równe w prostych przypadkach
• sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian $x - a$ bez wykonywania dzielenia
• sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu, i wyznacza pozostałe pierwiastki
• określa, które liczby mogą być pierwiastkami całkowitymi lub wymiernymi wielomianu o współczynnikach całkowitych
• wyznacza pierwiastki wielomianu i podaje ich krotność, gdy dany jest wielomian w postaci iloczynowej
• znając stopień wielomianu i jego pierwiastek, bada, czy wielomian ma inne pierwiastki, oraz określa ich krotność

### Klasa 4 – poziom rozszerzony

• szkicuje wykres wielomianu, gdy dana jest jego postać iloczynowa
• dobiera wzór wielomianu do szkicu wykresu
• rozwiązuje nierówności wielomianowe, korzystając ze szkicu wykresu lub wykorzystując postać iloczynową wielomianu
• oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów

#### Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

• rozwiązuje równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzeń o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianu w prostych przypadkach
• opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu, wyznacza dziedzinę i rozwiązuje zadanie tekstowe w prostych przypadkach

#### Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza współczynniki wielomianu spełniającego dane warunki
• określa stopień wielomianu w zależności od parametru
• oblicza sumę współczynników wielomianu
• stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów; określa stopień wielomianu wielu zmiennych
• wykonuje działania na wielomianach w trudniejszych przypadkach
• stosuje wzory $a^n - 1 = (a - 1)(a^{n-1} + \dots + 1)$ oraz $a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2} \cdot b + \dots + a \cdot b^{n-2} + b^{n-1})$
• stosuje wzory $a^3 \pm b^3$ do usuwania niewymierności z mianownika
• rozkłada wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia
• stosuje rozkład wielomianu na czynniki w zadaniach różnych typów
• rozkłada dany wielomian na czynniki, stosując metodę podaną w przykładzie
• dzieli wielomian przez inny wielomian i zapisuje go w postaci $w(x) = p(x)q(x) + r(x)$
• sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian $(x - p)(x - q)$ bez wykonywania dzielenia
• dzieli wielomian przez dwumian $x - a$ , stosując schemat Hornera
• wyznacza resztę z dzielenia wielomianu, gdy podane są określone warunki
• rozwiązuje równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzeń o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianu w trudniejszych przypadkach
• rozwiązuje równania wielomianowe metodą grupowania wyrazów i wyłączając wspólny czynnik przed nawias w trudniejszych przypadkach
• szkicuje wykres wielomianu po wyznaczeniu jego pierwiastków
• stosuje nierówności wielomianowe do wyznaczania dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastków
• wykonuje działania na zbiorach określonych nierównościami wielomianowymi
• rozwiązuje zadania z parametrem, korzystając z równań i nierówności wielomianowych
• opisuje za pomocą wielomianu objętość lub pole powierzchni bryły oraz określa dziedzinę powstałej w ten sposób funkcji

#### Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące pierwiastków wielokrotnych
• wykorzystuje równania wielomianowe w zadaniach dotyczących związków miarowych w prostopadłościanach

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń
• rozwiązuje zadania z parametrem o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące wyznaczania reszty z dzielenia wielomianu przez np. wielomian stopnia drugiego
• stosuje równania i nierówności wielomianowe do rozwiązywania zadań praktycznych o podwyższonym stopniu trudności
• przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących wielomianów, np. twierdzenia Bézouta, twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu
• przeprowadza dowód twierdzenia o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci $x - a$ (algorytm Hornera) w szczególnym przypadku

## Klasa 4 – poziom rozszerzony

### VI. Funkcje wymierne.

#### Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"><li>szkicuje wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x}</math> (w prostych przypadkach także w podanym zbiorze), gdzie <math>a \neq 0</math>, i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności)</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>przesuwa wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x}</math>, gdzie <math>a \neq 0</math>, o wektor, podaje jej własności oraz podaje równania asymptot jej wykresu</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>podaje współrzędne wektora, o jaki należy przesunąć wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x}</math>, gdzie <math>a \neq 0</math>, aby otrzymać wykres <math>y = \frac{a}{x-p} + q</math> w prostych przypadkach; szkicuje wykres funkcji <math>y = \frac{a}{x-p} + q</math></li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>dobiera wzór funkcji do jej wykresu</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej w prostych przypadkach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wyznacza równania asymptot wykresu funkcji homograficznej, korzystając z jej postaci kanonicznej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>upraszcza w prostych przypadkach wyrażenia wymierne</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w prostych przypadkach i podaje odpowiednie założenia</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje równania wymierne, podaje i uwzględnia odpowiednie założenia</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wyznacza ze wzoru dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej</li></ul>

#### Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje, również graficznie, nierówności wymierne w prostych przypadkach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania prostych równań i nierówności wymiernych w prostych przypadkach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania prostych zadań tekstowych</li></ul>

#### Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"><li>wyznacza równania osi symetrii i współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej równaniem</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>szkicuje wykresy funkcji homograficznych i określa ich własności w trudniejszych przypadkach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wyznacza wzór funkcji homograficznej spełniającej podane warunki</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wyznacza równanie hiperboli na podstawie informacji podanych na rysunku</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje równania i nierówności wymierne</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>znajduje współrzędne punktów wspólnych hiperboli i prostej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje algebraicznie i graficznie układy równań, w których występują wyrażenia wymierne</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje układy nierówności wymiernych</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wyznacza dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej danej wzorem</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów spełniających określone warunki</li></ul>

#### Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"><li>szkicuje wykresy funkcji <math>y =  f(x) </math>, <math>y = f( x )</math>, <math>y =  f( x ) </math>, gdzie <math>f</math> jest funkcją homograficzną, i opisuje ich własności</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności wymiernych w trudniejszych przypadkach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje zadania tekstowe, wykorzystując wyrażenia wymierne, oraz zadania dotyczące związku między drogą, prędkością i czasem</li></ul>

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"><li>przekształca wzory funkcji, w których występują sumy (lub różnice) wyrażeń ze znakiem wartości bezwzględnej, szkicuje ich wykresy i podaje własności</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>stosuje własności hiperboli do rozwiązywania zadań</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wyznacza liczbę rozwiązań równań <math> f(x)  = m</math>, <math>f( x ) = m</math> i <math> f( x )  = m</math>, gdzie <math>f</math> jest funkcją homograficzną, w zależności od parametru <math>m</math></li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>stosuje funkcje wymierne do rozwiązywania zadań z parametrem o podwyższonym stopniu trudności</li></ul>

## Klasa 4 – poziom rozszerzony

### VII. Funkcje trygonometryczne.

#### Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• stosuje twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa w prostych przypadkach
• wykorzystuje wzory na przekątną kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków
• podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów: $30^\circ$ , $45^\circ$ , $60^\circ$
• odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego
• odczytuje z tablic miarę kąta ostrego, gdy zna wartość jego funkcji trygonometrycznej
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest sinus lub cosinus kąta
• rozwiązuje trójkąty prostokątne w prostych przypadkach
• stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań praktycznych
• wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu; przedstawia ten kąt na rysunku
• stosuje wzory: $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ , $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$ $\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$ , $\operatorname{ctg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha$ do obliczania wartości wyrażenia
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów rozwartych, korzystając z tablic wartości funkcji trygonometrycznych
• zaznacza w układzie współrzędnych kąt, gdy dana jest wartość jego funkcji trygonometrycznej
• rozróżnia czworokąty: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez oraz zna ich własności
• wykorzystuje w zadaniach wzory na pola trójkątów i czworokątów w prostych przypadkach
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu
• zaznacza kąt w układzie współrzędnych
• określa znaki funkcji trygonometrycznych danego kąta
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów: $90^\circ$ , $120^\circ$ , $135^\circ$ , $150^\circ$
• określa położenie końcowego ramienia kąta na podstawie informacji o wartościach funkcji trygonometrycznych tego kąta
• wykorzystuje funkcje trygonometryczne – w prostych przypadkach
• zapisuje miarę danego kąta w postaci $k \cdot 360^\circ + \alpha$ , $k \in \mathbf{Z}$
• zamienia miarę stopniową na miarę łukową i odwrotnie
• odczytuje okres podstawowy funkcji z jej wykresu
• szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych w danym przedziale i określa ich własności
• szkicuje wykres funkcji $y=f(\quad)x-p+q$ , gdzie $f$ jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności
• szkicuje wykres funkcji, stosując symetrię względem osi OX
• szkicuje wykresy funkcji $y=af(\quad)x$ oraz $y=  \quad  f(x)$ , gdzie $f$ jest funkcją trygonometryczną, i określa ich własności – w prostych przypadkach
• uzasadnia proste tożsamości trygonometryczne, podaje odpowiednie założenia
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji sinus lub cosinus
• stosuje wzory na funkcje trygonometryczne podwojonego kąta – w prostych przypadkach
• zapisuje dany kąt w postaci $k \cdot \pi \pm \alpha$ lub $k \cdot 90^\circ \pm \alpha$ , gdzie $k \in \mathbf{Z}$
• stosuje wzory redukcyjne do obliczania wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów
• rozwiązuje proste równania trygonometryczne
• posługuje się tablicami lub kalkulatorem do wyznaczania miary kąta w podanym przedziale, znając wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych

#### Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

• wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych figur płaskich w prostych przypadkach
• wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów
• rozwiązuje proste nierówności trygonometryczne

#### Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza w trudniejszych przypadkach długości odcinków w trójkącie, korzystając z twierdzenia Pitagorasa
• wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i wysokości trójkąta równobocznego
• wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach
• uzasadnia proste zależności, korzystając z własności funkcji trygonometrycznych
• stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania trójkątów i w zadaniach praktycznych
• stosuje poznane związki do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne
• uzasadnia związki między funkcjami trygonometrycznymi kątów ostrych $\alpha$ i $90^\circ - \alpha$

### Klasa 4 – poziom rozszerzony

<ul style="list-style-type: none"> <li>wyprowadza wzór na jedynekę trygonometryczną oraz pozostałe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>przekształca w trudniejszych przypadkach wyrażenia trygonometryczne, stosując związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest tangens lub cotangens kąta</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>uzasadnia, że podana równość jest tożsamością trygonometryczną</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania zadań</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje podczas rozwiązywania zadań wzór na pole trójkąta <math>P = \frac{1}{2}ab \sin \gamma</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>uzasadnia niektóre własności czworokątów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: <math>-90^\circ</math>, <math>315^\circ</math>, <math>1080^\circ</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje w zadaniach funkcje trygonometryczne – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza kąt, mając daną wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykres funkcji okresowej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje własności funkcji trygonometrycznej do obliczania jej wartości dla kąta o podanej mierze łukowej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykresy funkcji <math>y = f(ax)</math> oraz <math>y = f( x )</math>, gdzie <math>y = f(x)</math> jest funkcją trygonometryczną, i określa ich własności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>na podstawie wykresów funkcji trygonometrycznych szkicuje wykresy funkcji będące efektem wykonania kilku przekształceń; określa ich własności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje w zadaniach wykresy funkcji trygonometrycznych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji tangens</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>udowadnia tożsamości trygonometryczne, podaje odpowiednie założenia – w trudniejszych zadaniach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, podwojonego kąta do przekształcania wyrażeń, w tym do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje wzory redukcyjne do upraszczania wyrażeń i udowadniania tożsamości trygonometrycznych</li> </ul>

#### Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>wyprowadza wzór <math>P = \frac{1}{2}ab \sin \gamma</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza pola czworokątów w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania trudniejszych równań i nierówności trygonometrycznych, wyznaczania zbioru wartości funkcji złożonej i obliczania wartości funkcji trygonometrycznych połowy kąta</li> </ul>

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>uzasadnia związki miarowe w czworokątach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności z zastosowaniem trygonometrii, w tym zadania na dowodzenie związków miarowych w trójkątach i czworokątach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów oraz funkcje podwojonego kąta</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania dotyczące funkcji trygonometrycznych – o znacznym stopniu trudności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje nierówności trygonometryczne, stosując odpowiednie podstawienia</li> </ul>

## Klasa 4 – poziom rozszerzony

### VIII. Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna.

#### Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie i wykładniku rzeczywistym
• upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w prostych przypadkach
• oblicza wartości funkcji wykładniczej dla podanych argumentów
• sprawdza, czy podany punkt należy do wykresu danej funkcji wykładniczej
• wyznacza wzór funkcji wykładniczej na podstawie współrzędnych punktu należącego do wykresu tej funkcji oraz szkicuje ten wykres
• szkicuje wykres funkcji wykładniczej i podaje jej własności
• szkicuje wykres funkcji wykładniczej, stosując przesunięcie o wektor albo symetrię względem osi układu współrzędnych, i podaje jej własności
• oblicza logarytm danej liczby
• stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń
• stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami w prostych przypadkach
• szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa jej własności
• oblicza podstawę logarytmu we wzorze funkcji logarytmicznej, znając współrzędne punktu należącego do wykresu tej funkcji
• szkicuje wykres funkcji logarytmicznej, stosując przesunięcie wzdłuż osi układu współrzędnych
• stosuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu przy przekształcaniu wyrażeń z logarytmami w prostych przypadkach

#### Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

• wyznacza zbiór wartości funkcji logarytmicznej o podanej dziedzinie
• szkicuje wykres funkcji logarytmicznej, stosując symetrię względem osi układu współrzędnych
• wykorzystuje funkcje wykładniczą i logarytmiczną do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym w prostych przypadkach

#### Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w bardziej złożonych sytuacjach
• porównuje liczby przedstawione w postaci potęg w trudniejszych przypadkach
• podaje przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych z wykorzystaniem tablic
• wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu, podaje odpowiednie założenia dla podstawy logarytmu oraz liczby logarytmowanej
• stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadniania równości wyrażeń
• szkicuje wykresy funkcji wykładniczej lub logarytmicznej otrzymane w wyniku złożenia kilku przekształceń, w tym wykresy funkcji $y =  f(x) $ , $y = f( x )$ w trudniejszych przypadkach
• rozwiązuje proste równania wykładnicze, korzystając z wykresu i własności funkcji wykładniczej
• rozwiązuje proste nierówności wykładnicze, korzystając z wykresu i monotoniczności funkcji wykładniczej
• rozwiązuje proste równania i nierówności logarytmiczne, korzystając z wykresu i własności funkcji logarytmicznej
• wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym, np. dotyczące wzrostu wykładniczego i rozpadu promieniotwórczego
• zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów opisanych z wykorzystaniem funkcji wykładniczej i logarytmicznej
• wykorzystuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu w zadaniach na dowodzenie

#### Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wykładniczej lub logarytmicznej
• udowadnia twierdzenie dotyczące niewymierności liczby np. $\log_2 3$

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji wykładniczej i logarytmicznej
• udowadnia twierdzenia o logarytmach, w szczególności twierdzenie o działaniach na logarytmach i twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu

## Klasa 4 – poziom rozszerzony

### IX. Ciągi.

#### Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
• wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie
• szkicuje wykres ciągu
• wyznacza wzór ogólny ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
• wyznacza wyrazy ciągu spełniające dany warunek (np. przyjmujące daną wartość) – w prostych przypadkach
• podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają podane warunki
• uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny
• wyznacza wyraz $a_{n+1}$ ciągu określonego wzorem ogólnym
• bada monotoniczność ciągu – w prostszych przypadkach
• wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym lub określonego rekurencyjnie oraz wzór rekurencyjny ciągu, gdy dany jest wzór ogólny – w prostych przypadkach
• wyznacza wzór ogólny ciągu, będącego sumą, różnicą, iloczynem lub ilorzem danych ciągów, i bada ich monotoniczność – w prostych przypadkach
• podaje przykłady ciągów arytmetycznych
• wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i różnica
• określa monotoniczność ciągu arytmetycznego
• wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy
• stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego
• sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny – w prostych przypadkach
• oblicza sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
• podaje przykłady ciągów geometrycznych
• wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i iloraz
• wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy
• określa monotoniczność ciągu geometrycznego
• sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny – w prostych przypadkach
• oblicza sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
• wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z danymi liczbami tworzyły ciąg arytmetyczny lub geometryczny – w prostych przypadkach
• oblicza wysokość kapitału przy różnych okresach kapitalizacji
• ustala na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę, a w przypadku ciągu zbieżnego podaje jej wartość
• ustala liczbę wyrazów danego ciągu oddalonych od danej liczby o podaną wartość oraz liczbę wyrazów większych (mniejszych) od danej wartości – w prostych przypadkach
• podaje granice ciągów $a_n = q^n$ , gdy $q \in (-1; 1)$ , $a_n = \frac{1}{n^k}$ , gdy $k > 0$ oraz $a_n = \sqrt[n]{a}$ , gdy $a > 0$
• rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresu i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy
• stosuje twierdzenie o rozbieżności ciągów: $a_n = q^n$ dla $q > 1$ oraz $a_n = n^k$ dla $k > 0$
• oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych – w prostych przypadkach
• sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny
• oblicza sumę szeregu geometrycznego – w prostych przypadkach

#### Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

• stosuje własności ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu – w prostych przypadkach
• oblicza oprocentowanie lokaty i okres oszczędzania – w prostych przypadkach

#### Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki – w trudniejszych przypadkach
• bada monotoniczność ciągów
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące monotoniczności ciągu
• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu
• rozwiązuje równania z zastosowaniem wzorów na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego – w trudniejszych przypadkach
• stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu
• uzasadnia wzory, stosując wzór na sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
• rozwiązuje zadania związane z lokatami dotyczące okresu oszczędzania, wysokości oprocentowania oraz zadania związane z kredytami
• oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych – w trudniejszych przypadkach



### Klasa 4 – poziom rozszerzony

• stosuje wzory na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego do obliczania granic ciągów
• wyznacza wartości zmiennej, dla której szereg jest zbieżny
• stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego w zadaniach dotyczących własności ciągów
• rozwiązuje równania, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego
• zamienia ułamek okresowy na ułamek zwykły

#### Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

• stosuje w zadaniach własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego, w tym wzory na sumę $n$ początkowych wyrazów tych ciągów, również osadzonych w kontekście praktycznym i na dowodzenie
• oblicza granice ciągów, stosując twierdzenie o trzech ciągach

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ciągów, w szczególności monotoniczności ciągu
• rozwiązuje zadania dotyczące długości krzywych, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego
• wyznacza granicę ciągu w zależności od wartości parametru
• uzasadnia istnienie granicy niewłaściwej

## X. Geometria analityczna.

#### Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• oblicza odległość między punktami w układzie współrzędnych
• stosuje wzór na odległość między punktami w zadaniach dotyczących wielokątów – w prostych przypadkach
• wyznacza współrzędne środka odcinka, gdy dane są współrzędne jego końców
• stosuje wzory na współrzędne środka odcinka do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach
• oblicza odległość punktu od prostej i odległość między prostymi równoległymi
• stosuje wzór na odległość punktu od prostej do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach
• podaje równanie okręgu o danym środku i promieniu
• podaje współrzędne środka i promień okręgu, gdy dane jest jego równanie w postaci kanonicznej lub postaci ogólnej
• wyznacza równanie okręgu o danym środku, przechodzącego przez dany punkt
• opisuje koło w układzie współrzędnych
• sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu (koła)
• rozwiązuje algebraicznie układy równań drugiego stopnia i podaje ich interpretację geometryczną
• wykonuje działania na wektorach
• sprawdza, czy wektory są równoległe
• stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów
• stosuje działania na wektorach do podziału odcinka
• wykorzystuje działania na wektorach do rozwiązywania prostych zadań dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych
• rozpoznaje figury osiowosymetryczne i środkowosymetryczne
• wyznacza współrzędne obrazów punktów oraz wierzchołków wielokąta w symetrii osiowej lub symetrii środkowej względem osi układu współrzędnych lub początku układu współrzędnych

#### Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

• podaje liczbę punktów wspólnych i określa wzajemne położenie okręgu i prostej opisanych danymi równaniami
---

#### Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza równanie krzywej, do której należą punkty równo odległe od punktu i od prostej
• stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań – w trudniejszych przypadkach
• stosuje wzory na odległość między punktami i środek odcinka do rozwiązywania zadań dotyczących wielokątów – w trudniejszych przypadkach
• sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu
• wyznacza wartość parametru tak, aby dane równanie opisywało okrąg
• stosuje równanie okręgu do rozwiązywania zadań, w tym do wyznaczania równania okręgu opisanego na trójkącie
• określa wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych danymi równaniami
• wykorzystuje wzajemne położenie okręgów w prostych zadaniach z parametrem
• stosuje układy równań drugiego stopnia w zadaniach różnych typów
• podaje geometryczną interpretację rozwiązania układu nierówności drugiego stopnia
• stosuje własności symetrii osiowej i symetrii środkowej – w bardziej złożonych przypadkach

#### Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

• opisuje układem nierówności przedstawiony podzbiór płaszczyzny
• stosuje w zadaniach działania na wektorach oraz ich interpretację geometryczną – w bardziej złożonych przypadkach

## Klasa 4 – poziom rozszerzony

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"><li>wykorzystuje działania na wektorach w zadaniach na dowodzenie</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej o znacznym stopniu trudności</li></ul>

### XI. Planimetria.

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"><li>rozróżnia trójkąty: ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>stosuje twierdzenie o sumie miar kątów w trójkącie w prostych przypadkach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>sprawdza, czy z trzech odcinków o danych długościach można zbudować trójkąt</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>udowadnia przystawanie trójkątów, wykorzystując cechy przystawania (proste przypadki)</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wykorzystuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania prostych zadań</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>udowadnia podobieństwo trójkątów, wykorzystując cechy podobieństwa (proste przypadki)</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>zapisuje proporcje boków w trójkątach podobnych</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania elementarnych zadań</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>sprawdza, czy dane figury są podobne</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>oblicza długości boków figur podobnych</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wskazuje w wielokątach odcinki proporcjonalne</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje proste zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie w prostych przypadkach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rozpoznaje kąty środkowe w okręgu</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>oblicza długość okręgu i długość łuku okręgu w prostych przypadkach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>określa wzajemne położenie dwóch okręgów, gdy dane są promienie tych okręgów oraz odległość między ich środkami</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>oblicza pole koła i pole wycinka koła</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>oblicza pole figury, stosując wzór na pole koła, i pole wycinka koła w prostych sytuacjach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość jego środka od prostej z promieniem okręgu</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rozpoznaje kąty wpisane w okrąg oraz wskazuje łuki, na których są one oparte</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w prostych przypadkach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie równobocznym lub prostokątnym</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na dowolnym trójkącie w zadaniach z planimetrii w prostych przypadkach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny lub prostokątny</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w dowolny trójkąt w prostych przypadkach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>sprawdza, czy na danym czworokącie można opisać okrąg</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>stosuje twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>sprawdza, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>stosuje twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>opisuje własności wielokątów foremnych</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>oblicza miarę kąta wewnętrznego danego wielokąta foremnego</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wyznacza liczbę boków wielokąta foremnego, znając sumę miar jego kątów wewnętrznych</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wskazuje najmniejszy (największy) kąt w trójkącie, znając długości boków trójkąta</li></ul>

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"><li>stosuje w prostych zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>udowadnia równoległość prostych stosując twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>oblicza promień okręgu opisanego na wielokącie foremnym i wpisanego w wielokąt foremnym w prostych przypadkach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym</li></ul>

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"><li>przeprowadza dowód twierdzenia o sumie miar kątów w trójkącie</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>stosuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania trudniejszych zadań geometrycznych</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania praktycznych problemów i trudniejszych zadań geometrycznych</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje zadania dotyczące podobieństwa wielokątów</li></ul>

### Klasa 4 – poziom rozszerzony

• rozwiązuje zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa
• wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach
• oblicza pole figury, stosując wzory na pole koła i pole wycinka kołowego
• wykorzystuje twierdzenie o odcinkach stycznych do rozwiązywania zadań
• korzysta z własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań
• stosuje twierdzenie o kątach środkowym i wpisanim, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w trudniejszych przypadkach
• stosuje twierdzenie o cięciwach do wyznaczania długości odcinków w okręgach
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na czworokącie
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w czworokąt
• stosuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania trójkątów
• przeprowadza dowód twierdzenia o kątach środkowym i wpisanim w okręgu, opartych na tym samym łuku

#### Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

• stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie do rozwiązywania zadań
• stosuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• przeprowadza dowód twierdzenia Talesa
• przeprowadza dowód twierdzenia o dwusiecznej kąta w trójkącie
• rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia i dowodzenia z zastosowaniem twierdzenia Talesa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Talesa
• stosuje własności podobieństwa figur podczas rozwiązywania zadań problemowych oraz zadań wymagających przeprowadzenia dowodu
• stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie w zadaniach wymagających przeprowadzenia dowodu
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące przystawiania i podobieństwa figur
• przeprowadza dowód twierdzenia o cięciwach w okręgu
• udowadnia zależności w trójkątach i czworokątach o podwyższonym stopniu trudności
• udowadnia zależności w wielokątach foremnych o podwyższonym stopniu trudności, także z zastosowaniem trygonometrii
• przeprowadza dowód twierdzenia sinusów i dowód twierdzenia cosinusów
• rozwiązuje zadania z planimetrii z zastosowaniem trygonometrii o podwyższonym stopniu trudności

## XII. Statystyka.

#### Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę zestawu danych
• oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych
• oblicza średnią ważoną liczb z podanymi wagami

#### Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

• odczytuje informacje ze skali centylowej – w prostych przypadkach
---

#### Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych różnymi sposobami
• wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną, medianę, dominantę i średnią ważoną – w trudniejszych przypadkach
• oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych różnymi sposobami
• oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych pogrupowanych różnymi sposobami

#### Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

• odczytuje informacje ze skali centylowej – w trudniejszych przypadkach
• rozwiązuje zadania dotyczące statystyki – w trudniejszych przypadkach

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące statystyki
--

## Klasa 4 – poziom rozszerzony

### XIII. Rachunek różniczkowy.

#### Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie. np. na podstawie jej wykresu – w prostych przypadkach
• oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzeń o granicach – w prostych przypadkach
• oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie – w prostych przypadkach
• wyznacza granice niewłaściwe funkcji w punkcie – w prostych przypadkach
• wyznacza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie – w prostych przypadkach
• wyznacza granice funkcji w nieskończoności – w prostych przypadkach
• wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji – w prostych przypadkach
• sprawdza, czy funkcja jest ciągła w danym punkcie – w prostych przypadkach
• oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z jej definicji – w prostych przypadkach
• stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza miarę kąta, jaki ta styczna tworzy z osią $OX$ – w prostych przypadkach
• wyznacza równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie
• wyznacza funkcję pochodną wielomianów i oblicza jej wartość w danym punkcie
• stosuje twierdzenie o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz pochodnej funkcji – w prostych przypadkach
• wyznacza wzór funkcji złożonej i jej dziedzinę – w prostych przypadkach
• korzysta z własności pochodnej do wyznaczania przedziałów monotoniczności wielomianów
• podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu
• wyznacza ekstrema wielomianów, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum
• uzasadnia, że dany wielomian nie ma ekstremum
• wyznacza najmniejszą i największą wartość wielomianu w przedziale domkniętym – w prostych przypadkach
• podaje i stosuje schemat badania własności funkcji

#### Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

• stosuje pochodną funkcji do wyznaczania prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał – w prostych przypadkach
• rozwiązuje zadania optymalizacyjne – w prostych przypadkach
• szkicuje wykres wielomianu na podstawie badania jego własności

#### Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie
• uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie
• oblicza granicę funkcji w punkcie, również granice funkcji w postaci $y = \sqrt{f(x)}$ oraz granice funkcji trygonometrycznych
• stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie
• oblicza granice funkcji w nieskończoności
• wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji – w trudniejszych przypadkach
• bada ciągłość funkcji
• wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub przedziale
• stosuje własność Darboux do uzasadniania istnienia miejsca zerowego funkcji i wyznaczania jego przybliżonej wartości
• oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z jej definicji – w trudniejszych przypadkach
• stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie; oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią $OX$ – w trudniejszych przypadkach
• uzasadnia istnienie pochodnej funkcji w punkcie
• stosuje twierdzenia o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz obliczania wartości pochodnej funkcji w punkcie
• wyznacza współrzędne punktu, w którym styczna do wykresu funkcji spełnia podane warunki
• wyznacza pochodne funkcji trygonometrycznych
• wyznacza pochodną funkcji złożonej
• stosuje interpretację fizyczną pochodnej funkcji
• wyznacza przedziały monotoniczności funkcji – w trudniejszych przypadkach
• uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze
• wyznacza ekstrema funkcji, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum – w trudniejszych przypadkach
• uzasadnia, że funkcja nie ma ekstremum
• wyznacza wartości funkcji najmniejszą i największą w przedziale domkniętym
• rozwiązuje zadania optymalizacyjne

### ***Klasa 4 – poziom rozszerzony***

- |  |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"><li>• bada własności funkcji i szkicuje jej wykres</li></ul> |
|--|

#### **Poziom (D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

- |   |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"><li>• wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna</li></ul> |
| <ul style="list-style-type: none"><li>• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące ekstremów funkcji</li></ul>     |

#### **Poziom (W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

- |   |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"><li>• wyprowadza wzory na pochodne funkcji</li></ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"><li>• wyprowadza wzory na pochodną sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji</li></ul>                      |
| <ul style="list-style-type: none"><li>• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, wykorzystując pochodną i jej własności</li></ul> |